

# 力学実験とデータ解析

## 実験の目的

本実験では自由落下する物体の観測データから重力加速度の推定を行う。本実験を通じて、基本的な物理現象の観測方法、データの記録手法とそのデータに基づく物理定数の推定方法を学ぶことを主な目的とする。

## 理論背景

ここでは物体を質点として扱い、その運動の様子を考える。質点の運動式(1)に示すニュートンの運動方程式に従う。

$$F = m a \quad (1)$$

式(1)は、ある物体にかかる力学的な力  $F[\text{N}]$  はその物体の質量  $m[\text{kg}]$  と物体にかかる加速度  $a [\text{m/s}^2]$  に比例するものであることを意味する。また、ある物体が重力以外の他の外力を受けずに下の方に運動するとき、その物体は自由落下をするという。

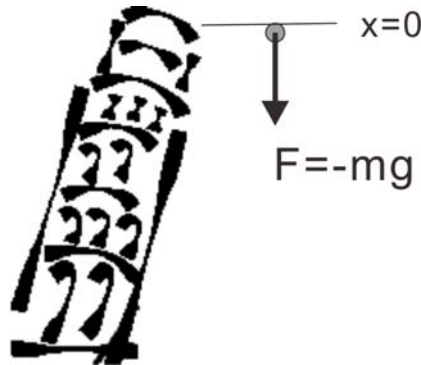


図 1. 質点の自由落下

図 1 は質量  $m[\text{kg}]$  を持つ質点の自由落下を示す。自由落下する質点は重力のみを受けるので、その質点にかかる力  $F$  は質量  $m[\text{kg}]$  と重力加速度  $g [\text{m/s}^2]$  によって決まり、負の符号は質点が下に方向に運動することを意味する。式(1)から、この質点にかかる加速度は重力加速と同じであることは明らかである。この事実から、質点が落下し始めてからの時間と速度および位置の関係を簡単に導くことができる。

まず、加速度の意味を考える。加速度とは単位時間当たりの速度の変化、つまり時間の

変化に対しての速度の平均変化率であることに注意すれば良い。時間の変化を限りなく短くとれば、加速度  $a$  は、式(2)で書くことができる。

$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \frac{dv(t)}{dt} \quad (2)$$

式(2)では、 $t$  は物体が落下し始めてからの時間を表し、 $v(t)$  は時間  $t$  における質点の速度を表している。式(2)では加速度も時間的に変化する関数として書いているが、自由落下の場合は  $a(t) = -g$  となる。

次に、速度の意味を考える。速度とは単位時間あたりの位置の変化、つまり時間の変化にたしての位置の平均変化率である。時間の変化を限りなく短くとれば、 $t$  時間の速度  $v(t)$  は式(3)に書くことができる。

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt} \quad (3)$$

式(3)では、 $x(t)$  は時間  $t$  における質点の位置を示す。

式(2)と式(3)から以下に質点の位置と重力加速度の関係を得ることができる。

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dx(t)}{dt} \right) = -g \quad (4)$$

式(4)の両辺を  $t$  に関して積分した場合式(5)を導くことができる。

$$\int \frac{d}{dt} \left( \frac{dx(t)}{dt} \right) dt = - \int g dt$$

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -gt + v(0) \quad (5)$$

式(5)では、 $v(0)$  は質点が落下し始めた時間の速度、つまり初速度を示す。さらに、式(5)の両辺を時間に関して積分すると、質点の位置と時間の関係がわかる。

$$\int \frac{dx(t)}{dt} dt = \int (-gt + v(0)) dt$$

$$x(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v(0)t + x(0)$$

(6)

式(6)では、 $x(0)$ は質点が落下し始めたときの位置を表す。初速度と初期位置をともに 0 とする場合、時間に対する位置の変化を式(7)で示すことができる。

$$x(t) = -\frac{1}{2}gt^2$$

(7)

上の説明ではニュートンの運動方程式から自由落下する質点の時間的な位置の変化を導き出すことが明らかである。つまり、ここでは力学の理論から物理的な現象を説明できることを示したが、本実験では逆に自由落下する物体と言った物理現象を観測することにより、この現象を”支配”する理論（正確には物理定数）を導くことを行う。

## 実験方法

本実験で用いる器具は、図 2 に示す目盛付の落下台、ストップウォッチとボールである。



図 2. 落下台

実験手順を以下に示す。

## 一週目の実験

1. ボールを 200 cm, 190 cm, 180 cm, 150 cm, 140 cm, 100 cm, 80 cm, 50 cm の高さから自由落下させ、図 2 に示す落下到達点までの時間をストップウォッチで計測する。
2. この実験を学生の人数分だけ繰り返し、データを次の表 (学生の人数が 3 人の場合) のように記憶する。

表 1. 落下時間の観測

	学生 1 の計測	学生 2 の計測	学生 3 の計測	平均値
200 cm				
190 cm				
180cm				
150cm				
140cm				
100cm				
80cm				
50cm				

3. 各落下開始点において、落下時間の平均を有効小数点に注意して計算する。
4. 時間を横軸、落下開始点を縦軸にグラフをプロットする (グラフ 1)。
5. 時間の二乗を横軸に、落下開始点を縦軸にグラフをプロットせよ(グラフ 2)。
6. TA の確認を受け、一週目の実験を終了する。

## 二週目の実験の事前課題

7. 理化学年表などから重力加速度の理論値を調べよ。
8. 最小二乗法に関して学習せよ。

## 二週目の実験

9. 最小二乗法を用いて、グラフ 1 に示す実験データを適切な関数で近似し、そこから重力加速度の推定値を求めよ。
10. 最小二乗法を用いて、グラフ 1 に示す実験データを適切な関数で近似し、そこから重力加速度の推定値を求めよ。
11. 理化学年表などで調べた重力加速度の理論値と(1)(2)で求めた推定値を比較し、その誤差の理由に関して考察せよ。

12. 本実験では、最大高さ 200cm から自由落下実験を行ったが、同じ要領で高さ 1km の自由落下ができる思考実験を考える。その時、どのような結果が予想できるかに関して考察せよ。また、この思考実験を地球の北極及び赤道で行ったときにはどのような結果となるかとその理由に関して考察せよ。
13. 実験項目(9)～(12)に関して TA の確認を受け、実験を終了する。

#### レポート課題

1. 目的に照らし合わせ、本実験から学んだことに関する考察 (800 文字)
2. 一週目の実験項目(2)の表、項目(4)(5)のグラフ。
3. 重力加速度の推定値を導く過程とその値。
4. 重力加速度の理論値と推定値の誤差に関する考察。
5. 二週目で考えた思考実験に関する考察。
6. より高い精度で重力加速度を求めるための別の実験の現実的な提案。